

Approfondimento sui Logaritmi

1. Funzioni iperboliche:

$$\text{Sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{Ch } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{Ch}^2 x - \text{Sh}^2 x = 1$$

2. Rappresentare le seguenti regioni di piano:

$$A = \{x, y) \in \mathbb{R}^2 / \log_y \log_e (x + 1) > 0 \}$$

$$B = \{x, y) \in \mathbb{R}^2 / \log_\pi \log_x \sin x > 0 \}$$

$$C = \{x, y) \in \mathbb{R}^2 / \log_x \log_y x > 0 \}$$

$$D = \{x, y) \in \mathbb{R}^2 / \log_x \log_\pi (y + 1) > 0 \}$$

3. Risolvere le seguenti disequazioni:

$$\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$$

$$(0,3) \log_{\frac{1}{3}} \frac{2x-1}{3x+2} > 1$$

$$\log_{\log_3 2} x > 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_3 \log_1 \left(x^2 - \frac{4}{5}\right)} < 1$$

$$\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24-2x-x^2}{14} > 1$$

$$|x|^{x^2-x-2} < 1$$

$$e^x - \sqrt{e} \geq |\ln x|$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{1-\log_2^2 x} < \left(\frac{4}{5}\right)^{2(2+\log_{\sqrt{2}} x)}$$

4. Determinare la dipendenza tra x e y :

a) $\log_y x + \log_x y = 2$

b) $\log_y x + \log_x y = -2$

5. Verificare la seguente disuguaglianza:

$$\log_{ab} n = \frac{\log_a n}{1 + \log_a b}, \quad n \in \mathbb{N}$$

6. Quante soluzioni reali ammette l'equazione:

$$|e^{|x|} - 3| = k, \quad \forall k \in \mathbb{R} \quad ?$$