Capitolo III

CONCETTI E TEOREMI FONDAMENTALI DELLA DINAMICA

1) LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE

Il concetto di lavoro. - Abbiamo visto che una forza costante, applicata ad un corpo puntiforme in quiete e libero di muoversi, lo pone in movimento rettilineo con accelerazione costante: *in questo caso particolare*, indicato con $\Delta \vec{s}$ lo spostamento subito dal corpo (*fig. 1*) in un intervallo di tempo Δt, *si definisce lavoro della forza costante* $\vec{F}$ *il prodotto* $F \cdot \Delta s$ *dei moduli di* F *e* Δs.

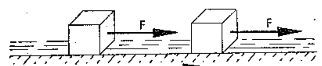

Fig. 1

Il lavoro di una forza è una nuova grandezza fisica che, dipendendo solo dai moduli delle grandezze vettoriali $\vec{F}$ *e* $\Delta \vec{s}$*, ha carattere scalare.*

È facile notare che molto spesso si verificano condizioni, in cui *la direzione dello spostamento, subito dal corpo durante l'azione della forza considerata, non coincide con la direzione di questa*: così per es. lo spostamento subito da un cubetto che discende lungo un piano inclinato (*fig. 2*), ha direzione che non coincide con quella della forza peso agente, che è sempre verticale.

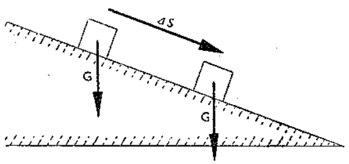

Fig. 2

Per generalizzare il concetto di lavoro, distingueremo due casi:
a) *l'angolo minimo tra forza e spostamento è acuto;*
b) *l'angolo minimo tra forza e spostamento è ottuso.*

a) Consideriamo, per es., il carrello di *fig. 3* trascinato da terra con la forza $\vec{F}$: lo spostamento forma un angolo α minore di $\frac{\pi}{2}$ con la forza ap-

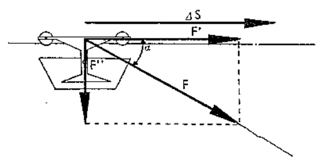

Fig. 3

plicata; in questo caso, come abbiamo già visto a § 16 - cap. II, la forza responsabile del moto del carrello è il componente $\vec{F'}$, della forza $\vec{F}$ lungo la direzione dello spostamento: $\vec{F'}$ ha lo stesso verso dello spostamento $\Delta \vec{s}$: è giustificato quindi affermare che per uno spostamento $\Delta \vec{s}$, il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F}$ è: $L = F' \cdot \Delta s$.

b) Consideriamo la *fig. 4*: il carrello a motore sale lungo un piano inclinato: lo spostamento forma un angolo α maggiore di $\frac{\pi}{2}$ con la forza peso $\vec{G}$ che qui vogliamo considerare. In questo caso la forza F responsabile del moto, è originata dal motore del carrello, mentre la forza peso $\vec{G}$, o meglio il suo componente $\vec{G'}$ secondo la direzione dello spostamento si oppone al moto: tale componente G' ha verso opposto allo spostamento $\vec{\Delta s}$; diremo in questo caso che il lavoro della forza peso è negativo cioè: $L = - G' \cdot \Delta s$.

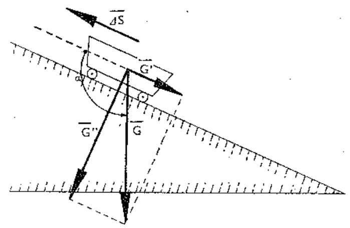

Fig. 4

Definizione. - Si definisce lavoro di una forza costante $\vec{F}$ il prodotto del modulo dello spostamento $\Delta \vec{s}$ per la componente $\pm \vec{F'}$, della forza secondo $\Delta \vec{s}$.

In formula:

$$L = \pm F' \cdot \Delta s \tag{1}$$

I lavori positivi prendono anche il nome di lavori motori ed i lavori negativi di lavori resistenti.

Considerata la *fig. 5* sia $\vec{F}$ la forza e sia $\Delta \vec{s}$ lo spostamento: è facile verificare che per il lavoro è:

$$L = \Delta s \cdot F' = \Delta s' \cdot F \tag{2}$$

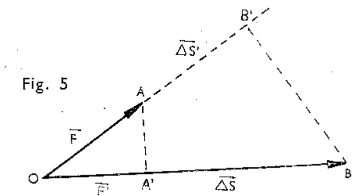

Fig. 5

dove $\Delta \vec{s'}$ è la proiezione dello spostamento secondo la direzione della forza. Infatti dai triangoli simili OAA' ed OBB' si ricava: $OA : OA' = OB : OB'$ da cui osservando che è: $OA' = F'$ ed $OB' = \Delta s'$ si ha:

$$F : F' = \Delta s : \Delta s'$$

da cui segue facilmente la (2).

Casi particolari. - a) *Se lo spostamento avviene ortogonalmente alla direzione della forza considerata, il lavoro di quella forza è nullo*: è infatti nullo il componente della forza nella direzione dello spostamento. Qualunque sia lo spostamento subito da un corpo lungo un piano orizzontale è nullo il lavoro della forza peso, che è verticale.

b) *Se lo spostamento avviene nella stessa direzione della forza, il lavoro è*: $+F \cdot \Delta s$, *se l'angolo tra i vettori è zero*; $-F \cdot \Delta s$, *se l'angolo tra i vettori è* π; per es. durante la discesa di un corpo lungo la verticale (*fig. 6*) il lavoro della forza peso è positivo ed espresso da $G \cdot \Delta s$, mentre durante il sollevamento dello stesso corpo lungo la verticale il lavoro della forza peso è negativo ed espresso da $-G \cdot \Delta s$.

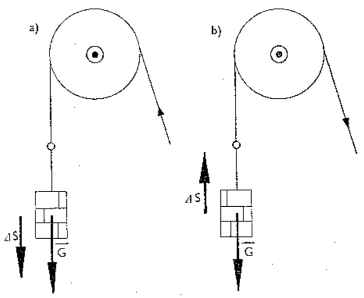

Fig. 6

Lavoro di una forza costante lungo una traiettoria curvilinea. - Negli esempi precedenti ci siamo sempre riferiti a traiettorie rettilinee, ma poichè *nella definizione di lavoro di una forza costante si considera lo spostamento e non lo spazio, è evidente che tale definizione è valida anche per traiettorie curvilinee.*

Così, ricordando che in un dato luogo, la forza peso è costante, si può facilmente verificare che è nullo il lavoro compiuto dalla forza peso quando un corpo descrive una linea chiusa. Consideriamo per es. il cerchio della morte: sia A il punto più alto, e B il punto più basso; quando il corpo discende lungo l'arco $\widehat{AB}$ lo spostamento è dato dal vettore $\vec{\Delta s} = \overrightarrow{AB}$; quando il corpo risale lungo larco $\widehat{BA}$ lo spostamento è dato dal vettore $\vec{\Delta s} = \overrightarrow{BA}$ (*fig. 7*).

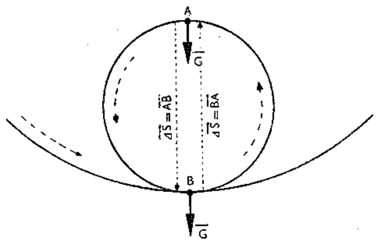

Fig. 7

Poichè la forza peso $\vec{G}$ è diretta secondo la verticale verso il basso, essa ha verso concorde con lo spostamento $\overrightarrow{AB}$, e verso discorde con lo spostamento $\overrightarrow{BA}$; ne segue che i lavori eseguiti da $\vec{G}$ lungo i due archi sono rispettivamente espressi da: $L = G \cdot AB$ ed $L = G \cdot (-AB)$; sommando, il lavoro totale risulta nullo (più semplicemente per andare da B a B passando per A lo spostamento è nullo, perciò il lavoro è nullo).

Osservazioni. - *a*) È bene sottolineare che il lavoro di **una forza costante,** dipende solo dallo spostamento, e non dall'arco di traiettoria descritto, e neppure dalla legge oraria con cui il mobile la percorre.

b) Quando su un corpo puntiforme agiscono simultaneamente due o più forze $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ... costanti, queste per uno spostamento $\vec{\Delta s}$ del loro punto di applicazione compiono rispettivamente i lavori L_1, L_2 ... È facile verificare che la somma di tali lavori è uguale al lavoro compiuto dal risultante delle forze applicate al corpo.

c) Si rilevi infine quanto il concetto fisico di lavoro si differenzi dal concetto volgare: il concetto fisico è stato introdotto per poter valutare con esattezza l'azione delle forze sui corpi; il concetto volgare, originariamente più antico di quello fisico, è tanto vago e generico che riesce a porre sullo stesso piano per es. lo sforzo muscolare e lo sforzo intellettuale!

2) UNITA' DI MISURA DEL LAVORO

Nel sistema *MKSA* l'unità di misura del lavoro è il « newton per metro ». Tale unità prende il nome di *joule* (J).

Il joule è il lavoro compiuto da una forza costante di un newton, il cui punto di applicazione si sposta di un metro nella direzione e nel verso della forza.

Nel sistema *CGS* l'unità di misura del lavoro è la dine per centimetro *dyn · cm*; a questa unità si dà il nome di *erg*.

Fattore di ragguaglio:

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N} \cdot 1\,\mathrm{m} = 10^5\,\mathrm{dyn} \cdot 10^2\,\mathrm{cm} = 10^7\,\mathrm{erg}$$

3) QUANTITA' DI MOTO ED IMPULSO DI UNA FORZA COSTANTE

Introduzione ai concetti. - Come è noto, per la legge fondamentale della dinamica, una forza costante (o più generalmente un sistema di forze che ammette risultante $\vec{R}$ costante) applicata ad un corpo puntiforme, provoca per tutta la durata della sua azione un'accelerazione costante.

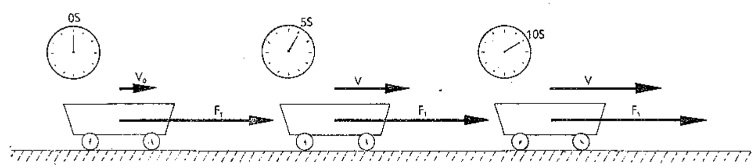

Fig. 8

Ne risulta che l'azione di una forza su di un corpo (*fig. 8*), durante un certo intervallo di tempo, si traduce in una variazione di velocità del corpo stesso: si pone il problema di definire una nuova grandezza fisica, che permetta di esprimere efficacemente l'effetto della forza in relazione all'intervallo di tempo durante il quale essa ha agito.

Si supponga per semplicità di ragionamento che la velocità posseduta dal corpo al momento in cui gli si applica la forza costante $\vec{R}$, abbia la stessa direzione di $\vec{R}$, così che il moto risulti rettilineo uniformemente accelerato. Dopo l'intervallo di tempo Δt la velocità $\vec{v}$ raggiunta dal corpo potrà venire espressa da:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,\Delta t \tag{3}$$

dove $\vec{a}$ è l'accelerazione prodotta da $\vec{R}$.

Si ha allora:

$$\vec{R} = m\,\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = m\,\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

da cui:

$$\vec{R}\,\Delta t = m\,\Delta \vec{v} \tag{4}$$

Definizioni. - Si definisce impulso di una forza costante $\vec{R}$, il prodotto della forza per l'intervallo di tempo durante il quale essa ha agito.
Fissato un istante t si definisce quantità di moto di un corpo di massa m il prodotto di m per la velocità istantanea posseduta dal corpo nell'istante considerato.

La (4) permette di affermare che *quando la forza costante $\vec{R}$ sollecita un corpo puntiforme di massa m, durante un intervallo di tempo Δt, essa produce una variazione $m\Delta\vec{v} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ della quantità di moto posseduta dal mobile uguale all'impulso $\vec{R}\Delta t$ della forza.*

Le due nuove grandezze impulso e variazione di quantità di moto ora definite risultando dal prodotto di una grandezza scalare per una grandezza vettoriale hanno carattere vettoriale.

È possibile dimostrare che la (4) ottenuta nel caso particolare in cui $\vec{R}$ aveva la stessa direzione della velocità iniziale, vale anche nel caso in cui la direzione della velocità iniziale non coincide con la direzione di $\vec{R}$.

Osservazioni. - Si può osservare che in base alla (4) (*fig. 9*) per produrre una data variazione di quantità di moto si può agire o con una forza intensa per un intervallo di tempo molto breve, o con una forza debolissima per un intervallo di tempo molto lungo, purchè nei due casi il prodotto $\vec{F}\Delta t$ abbia lo stesso valore.

Perchè due corpi di masse m_1 ed m_2 diverse, posseggano la stessa quantità di moto (*fig. 10*) basta che sia $m_1\vec{v}_1 = m_2\vec{v}_2$ da cui:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

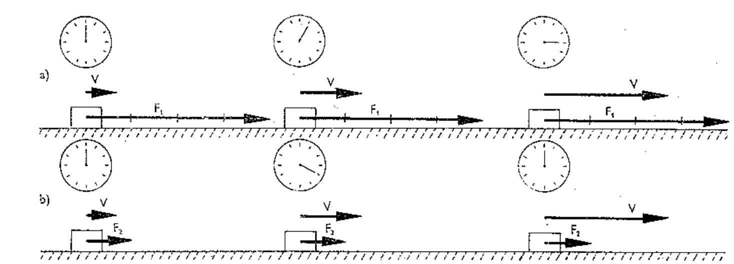

Fig. 9 - Se l'intensità della forza F_2 è un quarto di quella della forza F_1, per produrre la stessa variazione di velocità impiegherà un intervallo di tempo 4 volte più lungo.

Se su un corpo puntiforme non agisce nessuna forza, od agisce un sistema di forze a risultante nullo, esso non può, evidentemente, variare la sua velocità, perciò la sua quantità di moto permane costante.

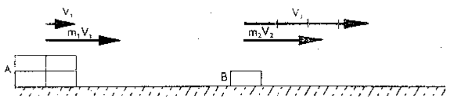

Fig. 10 - I corpi **A** e **B** possiedono la stessa quantità di moto ma la massa di **A** è 4 volte quella di **B**. Allora la velocità di **B** è 4 volte quella di **A**.

4) CENNI SUL LAVORO E SULL'IMPULSO DI FORZE VARIABILI

Lavoro di forza variabile. - Per calcolare il lavoro compiuto da una forza variabile $\vec{R}$, lungo uno spostamento $\vec{AB}$ si dovrebbe assegnare ad $\vec{R}$ un certo valore medio costante che tenesse conto non solo delle variazioni dell'intensità della forza, ma anche delle variazioni della direzione e del verso della forza stessa.

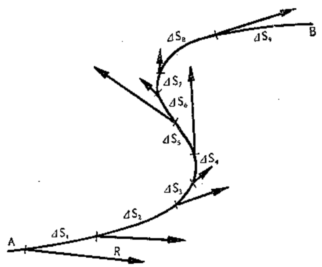

Fig. 11

Si preferisce seguire il seguente procedimento (*fig. 11*): si immagini di suddividere la traiettoria in tanti archi così brevi da poterli ritenere rettilinei e tali che lungo di essi la forza risulti praticamente costante. In questa approssimazione, lungo ciascun arco, il lavoro è calcolabile mediante la $L = R' \cdot \Delta s$ (R' proiezione di $\vec{R}$ su $\Delta\vec{s}$); il lavoro totale eseguito da $\vec{R}$ sarà dato, con approssimazione tanto maggiore quanto più breve sarà ogni arco, dalla somma di tali lavori parziali.

Impulso di forza variabile. - Analogamente per generalizzare il concetto di impulso di una forza $\vec{R}$ variabile durante l'intervallo di tempo Δt, si può immaginare di suddividere tale intervallo in tanti tempuscoli così brevi, che in ciascuno di essi la $\vec{R}$ si possa ritenere costante: l'impulso totale risulta allora espresso, con approssimazione tanto maggiore, quanto più brevi saranno i tempuscoli considerati, dalla somma vettoriale degli impulsi relativi a ciascun tempuscolo.

5) POTENZA DI UNA FORZA

Potenza media. - L'esperienza quotidiana dimostra che per compiere un certo lavoro L, per es. per sollevare un corpo da una quota h_1 ad una quota h_2, si possono impiegare intervalli di tempo diversi; in altre parole *il concetto di lavoro è indipendente dal tempo.*

In vista delle applicazioni tecniche e pratiche è spesso necessario valutare il lavoro non solo in se stesso, ma anche in rapporto al tempo impiegato a compierlo.

Si introduce perciò una nuova grandezza chiamata potenza:

si definisce potenza media di una forza qualsiasi durante un intervallo di tempo Δt il rapporto tra il lavoro L da essa compiuto e l'intervallo di tempo Δt impiegato a compierlo.

Si ha cioè:

(5) $$P_m = \frac{L}{\Delta t}$$

Tale nuova grandezza è evidentemente a carattere scalare.

Potenza istantanea. - Se il lavoro L non viene compiuto uniformemente nell'intervallo di tempo Δt, è utile introdurre il concetto di potenza istantanea:

con buona approssimazione si definisce potenza ad un istante t (potenza istantanea), la potenza media relativa ad un intervallo di tempo estremamente piccolo, comprendente l'istante considerato (*).

6) UNITA' DI MISURA DELLA POTENZA

Nel sistema *MKSA* l'unità di misura della potenza è il « joule al secondo »: J/s. Il joule al secondo prende il nome di watt.

(*) *Più precisamente si definisce potenza istantanea P, il limite cui tende il rapporto tra il lavoro compiuto durante un intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso, quando Δt tende a zero.* Si ha cioè:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \text{——}$$

Si definisce watt (W) la potenza di una forza costante, che compie il lavoro di un joule in un secondo.

Nel sistema *CGS* l'unità di misura della potenza è « l'erg al secondo »: *erg/s.*

Fattore di ragguaglio:

$$1\ \text{W} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{s}} = 10^7\ \text{erg/s.}$$

Unità pratiche di lavoro derivate da quella di potenza sono:

wattsecondo $= \text{W} \cdot \text{S} = \text{J}$.

chilowattora $= \text{kWh} = 10^3\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$.

7) ENERGIA CINETICA

Un corpo puntiforme di massa m soggetto durante un intervallo di tempo Δt, ad un risultante costante $\vec{R}$ (*fig. 12*), subisce una variazione di velocità (per effetto dell'accelerazione prodotta dalla forza); nello stesso intervallo di tempo il corpo subisce uno spostamento $\Delta\vec{s}$ ed $\vec{R}$ esegue il lavoro L.

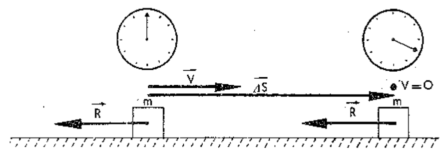

Fig. 12

Lavoro necessario per imprimere ad un corpo la velocità $\vec{v}$. - Si voglia risolvere il seguente problema: *supposto il corpo inizialmente in quiete, quanto lavoro avrà compiuto la forza costante $\vec{R}$ quando il corpo avrà raggiunto la velocità $\vec{v}$?*

Poichè $\vec{R}$ e lo spostamento $\Delta\vec{s}$ hanno, in questo caso particolare, la stessa direzione e lo stesso verso, il lavoro L, supposto $\vec{R}$ costante, sarà:

$$L = R\,\Delta s$$

Ma poichè $\vec{R} = m\vec{a}$ si avrà:

(6) $$L = ma\,\Delta s$$

Essendo il moto rettilineo ed uniformemente accelerato si ha (vedi § 2 cap. I):

$$a = \frac{v}{t} \qquad \Delta s = \frac{1}{2}at^2$$

che sostituiti nella (6) danno:

$$L = \frac{1}{2} mv^2 \tag{7}$$

L'espressione $1/2mv^2$ misura il lavoro che una forza costante $\vec{R}$ deve compiere per portare un corpo puntiforme di massa m dalla quiete alla velocità $\vec{v}$.

Lavoro necessario per ridurre alla quiete un corpo dotato di velocità $\vec{v}$. - Un corpo non soggetto a forze possegga la velocità $\vec{v}$: per ridurlo alla quiete (*fig. 13*) nelle condizioni sperimentali più facilmente studiabili si potrà applicargli una forza costante qualsiasi avente direzione uguale a quella della velocità e verso opposto: in questo caso il moto del mobile risulta rettilineo, ma uniformemente ritardato.

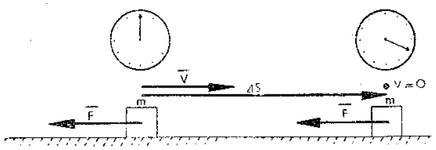

Fig. 13

Il lavoro di tale forza sarà negativo e dato da:

$$L = -R\,\Delta s$$

da cui ricordando che $\vec{R} = m\vec{a}$,

$$L = -ma\,\Delta s$$

D'altra parte, essendo il moto rettilineo ed uniformemente ritardato si ha:

$$\Delta s = vt - \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{e} \qquad a = \frac{v}{t}$$

(v rappresenta tanto la velocità iniziale del corpo quanto la variazione di velocità subita dal corpo fermandosi).

Si ha allora:

$$L = -\frac{mv}{t}\left(vt - \frac{1}{2}at^2\right) = -\frac{1}{2}mv^2. \tag{8}$$

L'espressione $-1/2\,mv^2$ misura il lavoro negativo eseguito dalle forze applicate al corpo per fermarlo.

Energia cinetica. - Il prodotto $1/2\ mv^2$ viene chiamato energia cinetica e serve a caratterizzare lo stato di moto di un corpo.

Poichè tale prodotto misura il lavoro che si deve compiere per portare un corpo di massa m dalla quiete alla velocità v (o viceversa) l'energia cinetica viene misurata nei sistemi *MKSA* e *CGS* rispettivamente in *joule* ed in *erg*.

Verifica sperimentale. - La seguente semplice esperienza permette di verificare, nei limiti delle incertezze sperimentali, i risultati precedenti.

Una pallina libera di muoversi è a contatto con l'estremo della

molla M compressa mediante il filo (*fig. 14*); la pallina, per comodità, può scorrere in una scanalatura levigata terminante all'altro estremo con un'altra molla M_1 identica alla precedente; sganciata la molla M, la forza sviluppata fornisce energia cinetica alla pallina che, al termine della sua corsa, urtando la molla M_1, la comprime.

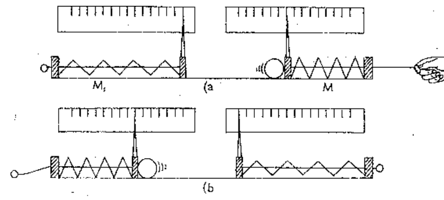

Fig. 14

L'esperienza mostra che la molla M_1 si accorcia fino a raggiungere la lunghezza posseduta inizialmente dalla molla M: si conclude che la forza applicata dalla seconda molla alla pallina ha compiuto un lavoro opposto a quello eseguito da M.

Osservazioni. - Come si è visto, per frenare un corpo A in movimento occorre applicargli in modo opportuno una forza F; tale forza viene normalmente applicata al corpo in moto per mezzo di un altro corpo B; per il principio di azione e reazione A esercita su B una forza F' di intensità uguale a quella di F, verso opposto, ed avente la stessa retta di applicazione: la forza esercitata da A su B esegue quindi un lavoro positivo; si suol esprimere questo fatto dicendo, benchè impropriamente, che **un corpo fermandosi compie lavoro.**

La possibilità che un corpo in movimento esplichi delle forze come possono fare gli esseri viventi, ed il fatto che l'energia cinetica misuri il lavoro che queste forze eseguono quando i corpi si riducono alla quiete, giustificano la denominazione di « forza viva » che talvolta si dà all'espressione $\frac{1}{2}mv^2$ dell'energia cinetica.

8) TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

Enunciato. - I risultati particolari prima ottenuti, relativi ad un corpo inizialmente in quiete o ridotti alla quiete, *vengono generalizzati mediante un importantissimo teorema, detto dell'energia cinetica,* di cui diamo l'enunciato:

Ogni variazione di energia cinetica subita da un corpo puntiforme di massa m durante un intervallo di tempo Δt è uguale al lavoro compiuto, nello stesso intervallo di tempo, dal risultante di « tutte » le forze (comunque variabili) applicate al corpo.

Si ha cioè:

$$L_A^B = \frac{1}{2}mv^2_B - \frac{1}{2}mv^{2\,A} \tag{9}$$

dove con L_A^B si è indicato il lavoro compiuto dal risultante di tutte le forze applicate al corpo lungo l'arco $\widehat{AB}$, descritto nell'intervallo di tempo Δt, e con v_A e v_B i moduli delle velocità possedute dal mobile rispettivamente in A ed in B.

Applicazioni. - a) L'esperienza mostra che una pallina di sambuco abbandonata nell'aria, cade, muovendosi, dopo i primi istanti, di moto rettilineo uniforme. Poichè non si ha variazione di velocità, e perciò di energia cinetica, per il teorema ora enunciato, il lavoro compiuto dal risultante di tutte le forze agenti sarà nullo: ciò significa che oltre alla forza peso agiscono sulla pallina altre forze che la equilibrano.

Si vedrà infatti più avanti che alla pallina sono applicate due altre forze dirette verso l'alto: la resistenza dell'aria (forza di attrito) e la spinta archimedea.

b) Un cubetto di massa m, dotato di velocità iniziale $\vec{v}$, scorrendo su una superficie orizzontale scabra, dopo un certo intervallo di tempo Δt si ferma; il lavoro del risultante delle forze applicate ad esso è perciò $-1/2\, mv^2$. Poichè in questo caso il lavoro della forza peso è nullo il lavoro $L = -\frac{1}{2} mv^2$ risulterà compiuto dalla forza di attrito (e dalla resistenza dell'aria) che, come sappiamo, si oppone al moto.

9) FORZE CONSERVATIVE E NON CONSERVATIVE

I concetti sviluppati nei precedenti paragrafi permettono di giungere ad una nuova e fondamentale classificazione delle forze.

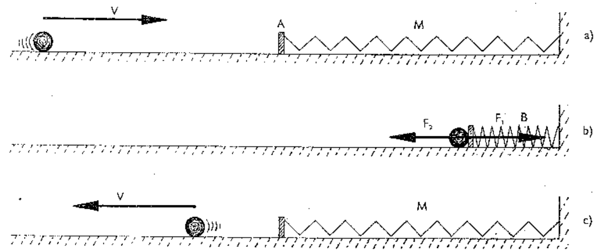

Fig. 15 - Il lavoro totale eseguito dalla forza F_2 applicata dalla molla alla pallina, durante la compressione e la distensione, è nullo: la forza esercitata dalla molla è conservativa.

Forze conservative. - Una pallina di massa m viene scagliata con velocità costante v contro la molla elicoidale M (*fig. 15*): l'esperienza mostra che la molla raccorciandosi rallenta la pallina sino a fermarla e successivamente, riestendendosi, rilancia la pallina nella stessa direzione di provenienza con velocità sensibilmente uguale a v.

Durante il contatto tra pallina e molla, la palla applica alla molla una forza $\vec{F}_1$ e, per il principio di azione e reazione, la molla applica alla pallina una forza opposta $\vec{F}_2$. Il lavoro eseguito dalla forza che la molla applica alla pallina è negativo durante la compressione e positivo durante la riestensione.

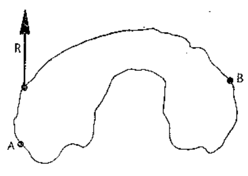

Fig. 16

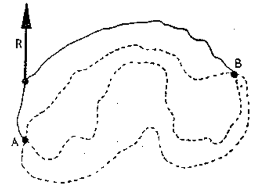

Fig. 17

Le energie cinetiche possedute dalla pallina prima e dopo l'urto, essendo uguali i moduli delle velocità, risultano uguali; per il teorema dell'energia cinetica il lavoro totale compiuto dalla forza applicata dalla molla alla pallina è nullo, cioè:

$$L = L_A^B + L_B^A = 0 \tag{10}$$

dove con L_A^B si è indicato il lavoro per comprimere la molla lungo AB e con L_B^A il lavoro per distenderla lungo BA.

Se alla fine della compressione la molla fosse rimasta agganciata, la pallina si sarebbe arrestata in B, e la forza esercitata dalla molla avrebbe compiuto solo il lavoro L_A^B negativo.

La molla agganciata è però in grado di eseguire il lavoro positivo L_B^A, in un qualsiasi istante: basta per questo sganciarla. In altre parole la molla è in grado di restituire alla pallina, per effetto della forza che essa è capace di sviluppare durante la riestensione, tutta l'energia cinetica che le aveva sottratto frenandola, o ancora, il lavoro compiuto dalla forza sviluppata dalla pallina per comprimere una molla è per intero recuperabile durante la distensione della molla stessa.

Definizione. - Le due conclusioni precedenti, del tutto equivalenti, sono la conseguenza diretta della (10); in generale (*fig. 16*):

> una forza che, spostando il suo punto di applicazione lungo una linea chiusa, esegua in totale lavoro nullo, si dice conservativa.

Forze non conservative. - Una pallina di massa m, mobile con velocità iniziale $\vec{v}$, vien fatta scorrere su una data superficie: l'esperienza, come sappiamo, mostra che la pallina, per effetto della forza d'attrito, dopo un certo percorso, dipendente dalla velocità iniziale, e dalla natura della superficie, si ferma.

Durante il moto, alla pallina risulta applicata una forza costante $\vec{R}$, diretta come la velocità, ma con verso opposto. Per il teorema dell'energia cinetica il lavoro eseguito dalla forza $\vec{R}$ per fermare la pallina, risulta allora dato da

$$L = 0 - \frac{1}{2} mv^2 = -\frac{1}{2} mv^2$$

L'esperienza più comune ed universale dimostra che la forza d'attrito $\vec{R}$ non è in nessun modo capace di rimettere in moto la pallina e di rifornirle l'energia cinetica sottratta durante l'arresto.

Se si volesse riportare la pallina nel punto di partenza si potrebbe con una spinta, opportunamente dosata, ricomunicarle l'energia cinetica che possedeva prima; in questo caso la pallina giungerebbe in A ancora con velocità nulla, ed il lavoro totale eseguito tra andata e ritorno dalla forza $\vec{R}$ d'attrito non sarebbe nullo, ma uguale a $-2 \cdot 1/2\, mv^2$.

Definizione. - In generale:

una forza che spostando il suo punto di applicazione lungo una linea chiusa compie in totale un lavoro non nullo, si dice non conservativa.

In particolare, se come per le forze d'attrito tale lavoro risulta sempre negativo, la forza si dice dissipativa.

Osservazioni. - a) il lavoro compiuto da una forza conservativa, per spostare il suo punto di applicazione da un punto A ad un punto B, non dipende dal cammino percorso.

Sia infatti L_B^A il lavoro compiuto dalla forza per spostare il suo punto di applicazione da B ad A; qualunque sia il percorso seguito dal punto di applicazione della forza per ritornare in B, deve essere, per la definizione di forza conservativa, $L_B^A + L_A^B = 0$ da cui $L_A^B = -L_B^A$; essendo il percorso AB del tutto arbitrario, ne segue l'indipendenza di L_A^B dalla traiettoria seguita (*fig. 17*).

Oltre alle forze conservative che si sviluppano nelle deformazioni dei corpi, come per es. nel caso della molla (forze elastiche), gran parte delle forze che si manifestano nei fenomeni fisici sono conservative; tra queste *la forza peso* (si ricordi quanto detto al I §) *e le forze newtoniane* (che vedremo al § 20, cap. IV).

10) ENERGIA POTENZIALE

Esperienze. - Il concetto di forza conservativa permette di caratterizzare i corpi mediante un nuovo elemento: l'energia potenziale. Per introdurre questo nuovo concetto, partiamo dalla più semplice forza conservativa che già conosciamo: la forza peso.

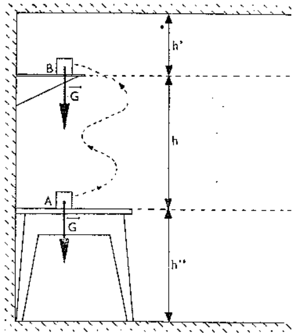

Fig. 18

Si consideri un corpicciuolo di peso G, posto sul piano del tavolo (*fig. 18*): seguendo una traiettoria qualsivoglia deponiamolo su una mensola posta a quota h rispetto al piano del tavolo. Il lavoro compiuto dalla forza peso è allora $L = -Gh$, e poichè le energie cinetiche iniziali e finali, possedute dal corpo sono nulle, segue, per il teorema dell'energia cinetica, che il lavoro compiuto per portare il corpo dal piano del tavolo alla quota h, è opposto a quello compiuto dalla forza peso.

Tolta la mensola il corpo cade sotto l'azione della sola forza peso (se si trascura la resistenza dell'aria) giungendo sul tavolo con un'energia cinetica $1/2\, mv^2$ pari al lavoro Gh eseguito dalla forza peso durante la caduta; *la forza peso ci restituisce quindi* **spontaneamente** *il lavoro che noi abbiamo compiuto per sollevare il corpo.*

Il lavoro compiuto dalla forza peso, e perciò la conseguente energia cinetica con cui il corpo giunge sul tavolo, dipende dalla quota, rispetto al tavolo, da cui cade il corpo; anzi sarà evidentemente possibile caratterizzare ogni quota (rispetto al tavolo) con il lavoro che la forza peso compirebbe per portare il corpicciolo dalla quota considerata sul tavolo.

A tale lavoro eseguito dalla forza peso e che dipende dalla posizione del corpo, si dà il nome di energia potenziale del corpo rispetto al piano del tavolo.

Considerazioni analoghe si possono fare nel caso delle forze sviluppate dalle molle e per tutte le forze conservative.

Definizione di energia potenziale. - Fissato un qualsiasi punto O di riferimento, si definisce energia potenziale di un corpo posto in un punto P e sottoposto ad una forza conservativa, il lavoro compiuto dalla forza per spostare il proprio punto di applicazione da P ad O lungo una traiettoria qualsiasi;

in formula, indicando con W l'energia potenziale

$$W = L_P^O \tag{11}$$

Nell'esempio prima illustrato, se invece di riferirci al piano del tavolo ci fossimo riferiti al piano della mensola o al soffitto, l'energia potenziale del corpo sulla mensola rispetto ai nuovi piani di riferimento sarebbe risultata rispettivamente *zero* e $-h'G$, dove con h' si è indicata la distanza della mensola dal soffitto.

Variazioni di energia potenziale. - La dipendenza ora illustrata, dell'energia potenziale di un corpo dal riferimento scelto non è di alcuna importanza, poichè, nei problemi pratici intervengono solo le variazioni di energia potenziale, e queste risultano sempre indipendenti dal riferimento.

Si voglia calcolare nell'esempio precedente la differenza tra l'energia potenziale posseduta dal corpo in A ed in B, assumendo come riferimento, rispettivamente il pavimento e il soffitto (*fig. 19*).

$$W_A = G h'' \qquad W_B = G\,(h + h'')$$

$$W_A = -G\,(h + h') \quad W_B = -G h'$$

$$\Delta W = W_B - W_A = G h$$

$$\Delta W = W_B - W_A = G h$$

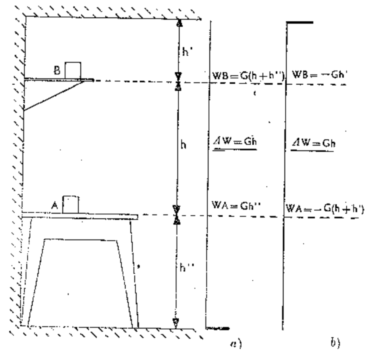

Fig. 19 - a) Superficie di riferimento: il pavimento. b) Superficie di riferimento: il soffitto.

che dimostra che **la variazione di energia potenziale è indipendente dal riferimento assunto.**

Il fatto che l'energia potenziale in un punto dipenda dal riferimento, mentre la differenza di energia potenziale tra due punti no, diviene comprensibile quando si osserva *che la prima è un indice di stato che caratterizza il corpo, e la seconda una grandezza fisica esprimente il lavoro che la forza conservativa compie per trasportare il corpo dal punto A al punto B.*

Osservazioni sulla scelta del riferimento. - Spesse volte conviene che il riferimento per l'energia potenziale (insieme dei punti cui si attribuisce energia potenziale zero) venga scelto con opportuni criterii.

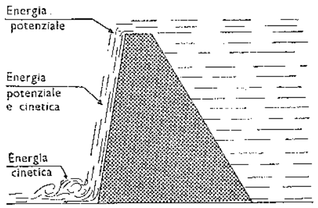

Fig. 20 - Nel sistema di riferimento che assume come nulla l'energia potenziale alla base della diga si ha: **a)** alla sommità l'acqua che stramazza possiede solo energia potenziale; **b)** durante la caduta l'acqua possiede energia potenziale e cinetica; **c)** al fondo possiede energia cinetica.

Se la forza è costante non si ha nessun particolare vantaggio a scegliere un riferimento piuttosto che un altro: in questo caso il particolare problema da studiare determina di volta in volta la scelta; per es. nello studio della forza peso (supposta costante) si può assumere come riferimento il livello del mare, il pavimento della stanza dove si opera, ecc.

Quando la forza varia con la posizione del corpo, è conveniente assumere come punti di energia potenziale zero, quelli dove la forza si annulla; per es. se la forza F è inversamente proporzionale al quadrato della distanza x da un punto fisso O secondo una legge del tipo $F = k \cdot 1/x^2$ (come nel caso delle forze newtoniane che incontreremo a § 21 - cap. IV), si assume come riferimento l'insieme dei punti a distanza infinita dal punto O; se la forza F varia proporzionalmente alla distanza x da un punto O, secondo una legge del tipo $F = kx$, come nel caso delle forze sviluppate da una molla tesa o compressa, si assume come punto ad energia potenziale zero l'estremo della molla rilassata.

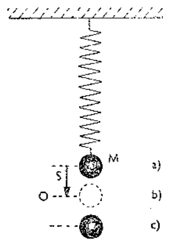

Fig. 21 - Assumendo l'energia potenziale nulla in **O** la sfera che oscilla possiede in: **a)** energia potenziale; **b)** energia cinetica; **c)** energia potenziale.

11) TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA DI UN CORPO SOGGETTO A FORZE CONSERVATIVE

Un corpo puntiforme di massa m sia soggetto all'azione di una forza *conservativa*, che sposta il suo punto di applicazione da un punto A ad un punto B, lungo una traiettoria arbitraria.

Per il teorema dell'energia cinetica, indicato con L_A^B il lavoro compiuto per andare da A a B e con $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ le velocità del corpo in A ed in B, si avrà:

$$L_A^B = \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 \tag{12}$$

Essendo la forza conservativa il lavoro L_A^B può venire espresso anche mediante la differenza tra l'energia potenziale W_A posseduta in A e quella W_B posseduta in B, qualunque sia il riferimento considerato; è cioè:

$$L_A^B = W_A - W_B \tag{13}$$

Uguagliando i secondi membri delle (12) e (13) si ottiene allora:

$$\frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = W_A - W_B$$

da cui:

$$\frac{1}{2} mv_A^2 + W_A = \frac{1}{2} mv_B^2 + W_B \tag{14}$$

che ci mostra che: *la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale posseduta dal corpo in A è uguale alla somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale posseduta in B (fig. 20 e 21).*

Energia meccanica. - Si chiama energia meccanica la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale possedute da un corpo soggetto a forze conservative.

L'energia meccanica è un indice di stato fisico, che caratterizza lo stato energetico del corpo per mezzo del lavoro delle forze che esso può sviluppare.

Enunciato del teorema. - La (14) esprime in formule il principio di conservazione dell'energia meccanica che così si può enunciare:

l'energia meccanica di un corpo in moto sotto l'azione di sole forze conservative, si mantiene costante.

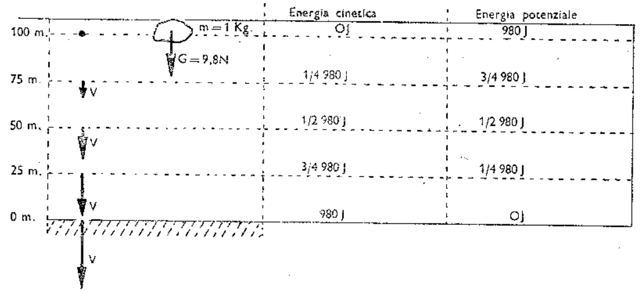

Fig. 22

Da questo punto di vista *il moto sotto l'azione di forze conservative si presenta come un fenomeno di trasformazione di energia cinetica in energia potenziale, o viceversa.*

Lasciando per es. (*fig.* 22) cadere un sasso da una quota h rispetto a terra, l'energia cinetica iniziale è nulla, mentre l'energia potenziale iniziale rispetto alla terra è Gh; durante la caduta l'energia potenziale posseduta dal sasso diminuisce, ma contemporaneamente aumenta la energia cinetica perchè la velocità del sasso aumenta, ed è facile verificare che la somma delle energie cinetica e potenziale, si mantiene costante.

Quando il sasso raggiunge la terra, l'energia potenziale è nulla, mentre l'energia cinetica è massima ed uguale all'energia potenziale iniziale; si ha cioè:

$$Gh = \frac{1}{2} mv^2.$$

Dopo l'urto con la terra, le energie cinetica e potenziale risultano nulle, e ciò perchè durante l'urto hanno incominciato ad agire delle forze non conservative dovute all'attrito.

Si può anzi osservare che in generale la validità del teorema di conservazione dell'energia meccanica risulta mascherata perchè sui corpi in studio agiscono quasi sempre, oltre alle forze conservative, delle forze non conservative come per es. le forze d'attrito.

Osservazioni. - *a*) Abbiamo visto come dal concetto di forza conservativa applicata ad un corpo si sia giunti all'enunciato del teorema di conservazione dell'energia meccanica. *Se al corpo considerato fosse applicata oltre ad una forza conservativa, anche una forza non conservativa tale teorema non sarebbe più valido.* Per es. se nella caduta del sasso si tenesse conto della resistenza dell'aria si troverebbe che l'energia potenziale iniziale Gh non eguaglia più l'energia cinetica finale $1/2\, mv^2$ con cui il sasso giunge al suolo. La differenza tra l'energia cinetica $1/2\, mv_f^2$ con cui il sasso sarebbe giunto al suolo in assenza dell'aria e l'energia $1/2\, mv^2$ con cui il sasso giunge al suolo in presenza dell'aria rappresenta perciò l'energia dissipata per azione della forza di attrito.

b) Il concetto di energia cinetica è stato introdotto supponendo la massa costante: in realtà come abbiamo accennato a § 10 - cap. II la massa di un corpo dipende dalla sua velocità ed aumenta con essa.

Nella teoria della relatività si dimostra che in un dato sistema di riferimento, l'energia cinetica E_c di un corpo in moto con velocità costante è espressa da:

$$E_c = (m - m_0)\, c^2 \tag{15}$$

dove con m_0 si è indicata la massa del corpo in quiete, con m la massa del corpo quando è in moto con velocità v e con c la velocità della luce.

Per velocità del corpo molto prossime a quella della luce l'energia cinetica calcolata mediante la (15) differisce sensibilmente dalla energia cinetica calcolata con la $E_c = 1/2\, m_0 v^2$; per i fenomeni ordinari che si studiano in meccanica, date le basse velocità raggiunte dai corpi, i valori calcolati con le due formule sono praticamente identici.

La (15) porta ad un'interessante conclusione; si ha infatti:

$$m - m_0 = \frac{E_c}{c^2} \tag{16}$$

La (16) mostra che la variazione di massa, relativa ad una variazione di velocità, è proporzionale all'energia cinetica raggiunta dal corpo.

Più in generale la teoria della relatività porta al sorprendente risultato che una *variazione dell'energia posseduta da un corpo, si traduce in una variazione di massa e viceversa, secondo la relazione*:

$$\Delta m = \frac{\Delta E_c}{c^2} \tag{17}$$

detta dell'equivalenza della massa e dell'energia. Essa mette in evidenza che l'energia ΔE_c ricavabile da una variazione di massa, anche piccolissima, per effetto del coefficiente $c^2 = 9 \cdot 10^{16}$ m^2/s^2, è enorme: per es. se la massa di un corpo diminuisse di un grammo, il corpo varierebbe la sua energia cinetica di $9 \cdot 10^{-3}\, 10^{16} = 9 \cdot 10^{13}$ joule.

Come è noto l'esperienza sulle reazioni nucleari ha pienamente confermato queste previsioni teoriche.

12) CENNO SUI SISTEMI ISOLATI

Per completare le conclusioni che si possono dedurre dai principi della dinamica, vogliamo introdurre il concetto di sistema di più corpi, mediante il quale sarà possibile accedere a principi più generali che forniscono la base per lo sviluppo della meccanica dei corpi estesi.

Definizioni. - *Si definisce sistema di corpi l'insieme di due o più corpi studiati dal punto di vista fisico*: in generale ai corpi che costituiscono un sistema, risultano applicate delle forze che si possono classificare in forze interne ed in forze esterne.

Si definiscono forze interne ad un sistema, le forze applicate ai corpi del sistema da corpi appartenenti al sistema stesso.

Si definiscono forze esterne ad un sistema, le forze applicate ai corpi del sistema, da corpi non appartenenti al sistema stesso.

Si definisce sistema isolato un sistema di corpi soggetto a sole forze interne.

In pratica un sistema può essere considerato isolato se ciascun corpo del sistema risulta soggetto a forze esterne aventi risultante sempre nullo, oppure se tale risultante è trascurabile rispetto alle forze interne.

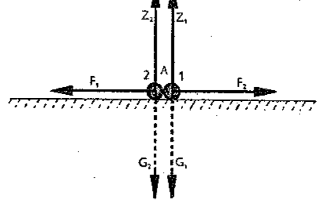

Fig. 23 - Durante l'urto la palla 1 applica alla palla 2 la forza $\vec{F_1}$ e la palla 2 applica alla palla 1 la forza $\vec{F_2}$: queste forze sono interne. Poichè $\vec{Z_1}$ e $\vec{G_1}$, e $\vec{Z_2}$ e $\vec{G_2}$, si fanno equilibrio, il sistema si può considerare isolato.

Esempi. - Per illustrare le definizioni ora poste si esaminino i seguenti esempi:

a) Un sistema è costituito da due sferette (*fig. 23*), appoggiate su un piano orizzontale che scorrono senza attrito nella scanalatura L; se le due sferette si urtano in A, durante l'intervallo di tempo in cui restano a contatto ciascuna esercita sull'altra, per il principio di azione e reazione, una forza di uguale intensità e verso opposto: tali forze sono forze interne. La forza peso e l'azione della scanalatura, applicate a ciascuna sferetta sono forze esterne, ma il loro risultante è nullo: il sistema è perciò isolato.

Analogamente costituiscono un sistema isolato due sferette appoggiate su un piano orizzontale, collegate con una molla tenuta compressa da un filo, oppure due automezzi che si urtino su una strada orizzontale (ritenendo trascurabili gli attriti).

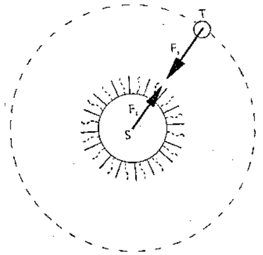

Fig. 24

b) Si consideri il sistema costituito dalla terra e dal sole (*fig. 24*); supposte trascurabili le azioni degli altri pianeti e delle stelle, terra e sole costituiscono un sistema isolato, in cui le forze interne sono forze attrattive, come si vedrà più avanti.

c) Si consideri una sfera M di legno appoggiata su un piano orizzontale privo di attrito, ed un proiettile di massa m che, lanciato orizzontalmente con grande velocità, si conficca in M. Il peso della sfera e del proiettile sono forze esterne al sistema proiettile-sfera: dopo l'urto esse sono equilibrate dall'azione del piano d'appoggio; prima dell'urto è equilibrato solo il peso della sfera M, ma non quello del proiettile. Se però quest'ultima forza è piccola rispetto alle forze interne, che si manifestano durante l'urto, il sistema può essere considerato isolato prima, durante e dopo l'urto.

d) Due sferette A e B collegate da un'asticciola scendono lungo un piano inclinato senza attrito; nel sistema costituito dalle due sferette sono forze interne le forze che ciascuna sferetta applica all'altra tramite l'asticciola; sono forze esterne i pesi di A e B e le azioni del piano. In questo caso il risultante delle forze esterne applicate a ciascuna sferetta non è nullo nè trascurabile, ed il sistema non può essere considerato isolato.

Osservazione. - È importante osservare che, pur di ingrandire sufficientemente un sistema, esso può sempre venire considerato isolato. Ad es. una pietra è soggetta alla forza esterna data dal suo peso; le forze del sistema pietra-terra sono l'azione mutua della terra sulla pietra e della pietra sulla terra: il peso non è più una forza esterna; ma è forza esterna quella esercitata dal sole, che modifica la traiettoria della terra e della pietra su di essa: per il sistema pietra-terra-sole questa nuova forza è interna e così via.

13) TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO DI UN SISTEMA ISOLATO

Si consideri un sistema isolato costituito da due corpi di massa m_1 ed m_2, dotati rispettivamente di velocità iniziali $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$; se $\vec{F}_1$ è la forza esercitata su m_1 da m_2 ed $\vec{F}_2$ la forza esercitata su m_2 da m_1 si ha, per il principio di azione e reazione:

(18) $$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

Supposte F_1 ed F_2 costanti, moltiplicando entrambi i membri della (18) per Δt si ha:

(19) $$\vec{F}_2\,\Delta t = -\vec{F}_1\,\Delta t$$

che traduce l'eguaglianza degli impulsi delle forze interne, a meno del verso. Esplicitando la variazione della quantità di moto la (19) diviene:

(20) $$m_1\vec{v}'_1 - m_1\vec{v}_1 = -(m_2\vec{v}'_2 - m_2\vec{v}_2)$$

dove con $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, e $\vec{v}'_1$ e $\vec{v}'_2$, si sono indicate le velocità di m_1 ed m_2 rispettivamente all'inizio ed alla fine dell'intervallo di tempo Δt. Dalla (20) si ricava:

(21) $$m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

il primo e secondo membro della (21) rappresentano la somma della quantità di moto, posseduta dai corpi del sistema, rispettivamente alla fine ed all'inizio dell'intervallo di tempo considerato; la (21), dedotta come conseguenza del principio di azione e reazione per un intervallo di tempo Δt arbitrario, mostra *che la quantità di moto totale del sistema isolato costituito dai due corpi si mantiene costante* (*fig. 25*).

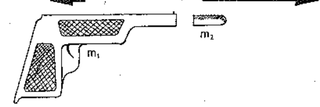

Fig. 25 - All'uscita del proiettile dalla canna, l'arma rincula perchè la quantità di moto del sistema deve rimanere costante.

Enunciato del teorema. - Quanto è stato ora dedotto, non è che un caso particolare *del teorema di conservazione delle quantità di moto*, valido per qualsiasi sistema isolato, qualunque sia il tipo di forze interne agenti. Esso si può così enunciare:

in un sistema isolato la quantità di moto totale è costante.

Essendo la quantità di moto una grandezza vettoriale essa è rappresentata da un vettore costante in modulo, direzione e verso.

È abbastanza facile convincersi che la quantità di moto di un sistema isolato non può variare; per questo basta ricordare che, comunque sia complicato il sistema considerato, le forze interne, per il principio di azione e reazione, nascono sempre a due a due, con uguale direzione e intensità, ma con verso contrario; poichè esse agi-

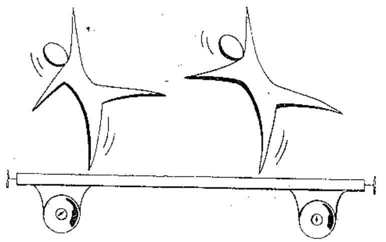

Fig. 26 - Per quanto gli omini sul carrello si agitino, non riescono a porlo in moto con velocità definita (purchè gli attriti siano nulli!).

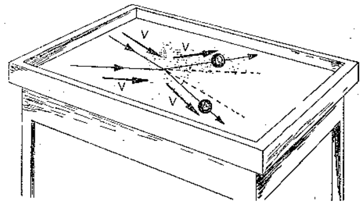

Fig. 27 - Durante l'urto di due palle da biliardo in moto, si ha conservazione della quantità di moto. Nei due casi l'urto è sensibilmente elastico.

scono sempre durante gli stessi intervalli di tempo, tali forze non possono che produrre variazioni opposte di quantità di moto (*fig. 26*).

Questo teorema è molto utile in pratica, perchè in molti problemi d'urto l'insieme dei corpi agenti può venire considerato come un sistema isolato (*fig. 27*).

È d'altra parte importante osservare che in tali problemi spesso il teorema di conservazione dell'energia meccanica totale non può essere utilizzato perchè le forze che si manifestano durante l'urto non sono conservative.

Urto elastico. - *Nel caso particolare in cui durante un urto si abbia, oltre alla conservazione delle quantità di moto anche la conservazione dell'energia meccanica totale, l'urto si dice elastico.*

14) CENNO SUI CAMPI DI FORZA

Abbiamo più volte citato il fatto che ponendo in qualsiasi punto dello spazio circondante la superficie terrestre, un corpo, questo risulta soggetto all'azione della forza peso. Mutando, entro una regione assai vasta, la posizione del corpo, questa forza varia.

Si può allora pensare, invece di attribuire la forza all'azione della terra, di caratterizzare i punti dello spazio, che circonda la superficie della terra, mediante la forza, che in ciascuno di essi, si esplica su un corpo prefissato.

Si definisce campo di forza di origine meccanica una regione dello spazio, caratterizzata dal fatto che ogni massa posta in essa risulta sollecitata da una forza.

Se la forza agente sulla massa dipende solo dalla sua posizione e non per es. dalla sua velocità od accelerazione, *il campo di forza si dice posizionale.*

Un campo di forza si dice uniforme se la forza che lo caratterizza è in ogni suo punto costante (in direzione verso ed intensità), come per es. sensibilmente accade per la forza peso in una regione terrestre abbastanza ristretta.

Se la forza agente sulla massa puntiforme, posta in un punto di un campo, di forza, non dipende dal tempo, cioè non varia al passar del tempo, *il campo si dice stazionario in quel punto.* Quando un campo di forza è stazionario in tutti i suoi punti, esso si dice stazionario.

In un punto dello spazio si definisce intensità H di un campo di forza di origine meccanica, il rapporto F/m tra la forza agente sulla massa m, posta in quel punto, e la massa stessa.

ESERCIZI

1) Calcolare nei sistemi MKSA e CGS, il lavoro compiuto da un peso di 5 N quando sposta di 400 cm verticalmente verso il basso il suo punto di applicazione.

[R. 20 J; $20 \cdot 10^7$ erg]

2) Su di un piano orizzontale liscio, un corpo è sollecitato da una forza costante di 2N che forma un angolo di 60° con il piano. Calcolare il lavoro della forza quando il corpo si sposta di 70 cm.

[R. 0,7 J]

3) Un corpo è sollecitato lungo una superficie orizzontale con una forza parallela al piano, di 30 N. Sapendo che la forza d'attrito è di 2 N, calcolare il lavoro di ciascuna forza e del loro risultante, quando lo spostamento è di 4 m.

[R. 120 J, — 8 J, 112 J]

4) Un corpo puntiforme del peso di 20 N è trascinato lungo un piano liscio, inclinato di 30° sull'orizzontale, da una forza di 50 N parallela al piano. Sapendo che il corpo si sposta verso l'alto di 8 m, si determini il lavoro di ciascuna forza applicata al corpo e del loro risultante.

[R. 400 J; - 80 J; 0; 320 J]

5) Un corpo del peso di 10N scende lungo l'arco AB di circonferenza. Sapendo che OA è di 70 cm, si calcoli il lavoro compiuto dalla forza peso per portare il corpo da A e B.

[R. 7 J]

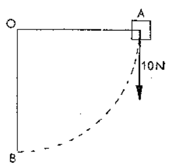

Fig. 28

6) Dato l'arco di traiettoria $\widehat{ABC}$ calcolare il lavoro compiuto dalla forza peso di 4 N quando il suo punto di applicazione si sposta da A a B; da B a C. e da C ad A.

[R. 2 J, — 2 J, O]

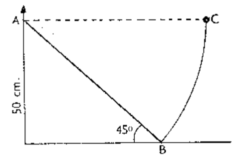

Fig. 29

7) Calcolare la quantità di moto di un autocarro di 10 tonnellate che ha la velocità di 72 km/h nel sistema MKSA. Quale velocità dovrebbe avere un autocarro di 15 tonnellate per possedere la stessa quantità di moto?

$$\left[\text{R. } 2 \cdot 10^5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$$

8) Una palla da tennis ha la massa di 100 g; la velocità con cui giunge sulla racchetta è di 400 cm/s; la velocità con cui viene respinta nella stessa direzione dopo l'urto con la racchetta è 560 cm/s; la palla rimane a contatto con la racchetta per 4/1000 di secondo: determinare la variazione della quantità di moto e l'impulso della racchetta. Calcolare la forza media esercitata dalla racchetta.

$$\left[\text{R. } 96 \cdot 10^3 \text{ g} \frac{\text{cm}}{\text{s}}; \ 96 \cdot 10^3 \text{ g} \frac{\text{cm}}{\text{s}}; \ 24 \cdot 10^6 \text{ dyn}\right]$$

9) Su una rotaia orizzontale liscia un corpo di 3 kg si muove con la velocità di 4 m/s ed urta un corpo di 8 kg che si muove in verso opposto con la velocità di 1,5 m/s. Se i due si incastrano uno nell'altro, quale sarà la loro velocità finale?

[R. O]

10) La locomotiva di un treno sviluppa una forza costante di 6.10^4 N e viaggia alla velocità costante di 72 Km/h. Quale è il lavoro compiuto dalla locomotiva in 10 minuti primi e quale la sua potenza espressa in W ed in erg/s?

$$\left[\text{R. } 72 \cdot 10^7 \text{J}, \ 12 \cdot 10^5 \text{ W}, \ 12 \cdot 10^{12} \frac{\text{erg}}{\text{s}}\right]$$

11) Un martello di 2 kg cade di 40 cm in 2 s. Quale è la potenza media che esso sviluppa?

[R. 3,92 W]

12) Determinare l'energia cinetica di un automobile che ha la massa di 600 kg e che viaggia a 40 Km/h; se la velocità raddoppia, di quanto varia l'energia cinetica?

$$\left[\text{R. } \frac{1}{27} \cdot 10^6 \text{J}\right]$$

13) Un corpo di 8 kg, inizialmente in quiete, è spinto per 20 m lungo una superficie orizzontale liscia da una forza orizzontale di 4 N. Si domanda: a) quanto lavoro compie questa forza; b) in cosa si trasforma questo lavoro. Determinare l'energia cinetica del corpo e calcolarne l'accelerazione e la velocità finale

$$\left[\text{R. } 80 \text{ J}; \ \tfrac{1}{2} \text{ m/s}^2, \ 2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

14) Calcolare il lavoro compiuto dalla forza peso di 5 N lungo la traiettoria A B C D A di figura. Verificare che la forza peso è conservativa; verificare che il lavoro compiuto dalla forza per andare direttamente da A a C è uguale a quello compiuto lungo le traiettorie A B C ed A D C.

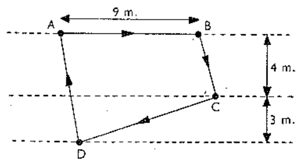

Fig. 30

15) Un corpo si muove su una superficie orizzontale scabra lungo la traiettoria A B C ed è soggetto alla forza d'attrito di 2 N; calcolare il lavoro compiuto dalla forza d'attrito e verificare che tale forza non è conservativa. Verificare anche che i lavori per andare da A a B lungo la traiettoria AB ed ACB sono diversi.

[R. — 24 J]

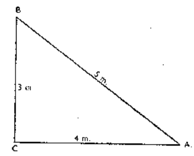

Fig. 31

16) Calcolare l'energia potenziale di un corpo avente il peso di 5 N posto sulla superficie orizzontale b, assumendo come superficie di riferimento prima a, poi b e poi c.

[R. 20 J; 0; — 15 J]

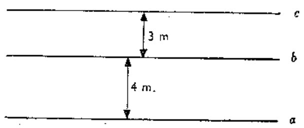

Fig. 32

17) Calcolare la variazione di energia potenziale di un corpo avente il peso di 7 N quando passa da B a C, assumendo prima come superficie di riferimento la superficie AH e poi BK.

[R. $14\sqrt{2}$ J]

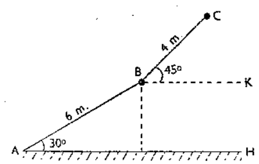

Fig. 33

18) Un corpo di 10 g slitta con velocità costante **v** su un piano orizzontale liscio fino a quando urta una molla perfetta-